

IA : TAMBA	Prof : M. DRAME
Lycée : Koumpentoum	Classe : Première S ₂
Année : 2024-2025	Durée : 3h

DEVOIR NUMERO 2 DE MATHEMATIQUES DU SECOND SEMESTRE

EXERCICE N°1 (5 points)

On considère les fonctions $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \rightarrow 3x - 5$ $x \rightarrow \frac{2x^2+1}{x^2+1}$

1. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, 1 \leq g(x) < 2$. (1pt)
2. La fonction f est-elle bornée sur $\mathbb{R}$? (0,5pt)
3. Montrer que la fonction $g \circ f$ est bornée sur $\mathbb{R}$. (0,5pt)
4. Préciser les coordonnées des points d'intersections de la courbe de g avec les axes du repère. (1pt)
5. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, -2 \leq f \circ g(x) < 1$. (1pt)
6. On considère $h(x) = \cos\left(5x + \frac{\pi}{6}\right)$, montrer que h est périodique puis préciser sa période. (1pt)

EXERCICE N°2 (7 points)

A) Après avoir précisé leur ensemble de définition, étudier la parité des fonctions suivantes :

1. $f(x) = x^2 - 2|x| + 1$ (1pt)
 2. $f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1-x^2}}$ (1pt)
 3. $f(x) = \frac{|1+x| - |1-x|}{|1+x| + |1-x|}$ (1pt)
 4. $f(x) = \frac{5x^3 + 3x|x| - 2x}{x^3 - 9x}$ (1pt)
- B) a. Soit la fonction f définie par : $3f(-x) + f(x) = 4x^3 + 2x$, Montrer que f est impaire. (0,5pt)
b. Montrer que si une fonction g est impaire et définie en 0, alors $g(0) = 0$. (0,5pt)
- C) a. Soit $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 10}{|x - 3|}$, Montrer que $x = 3$ est un axe de symétrie de la courbe de f . (1pt)
b. Soit $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$, Montrer que $A\left(\frac{1}{2}\right)$ est un centre de symétrie de la courbe de f . (1pt)

EXERCICE N°3 (8 points)

A) Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - 2x + 1$ (1pt)
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 2x + 12}{x^3 + x + 11}$ (1pt)
3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x + 1}{3 - x}$ (1pt)
4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 3x + 1} + 4x + 5$ (1pt)
5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 3x + 1} - x + 2$ (1pt)
6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x - 5} - 1}{x^2 - 4}$ (1pt)
7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|2x - 6|}{x^2 - 4x + 3}$ (0,5pt)

B) Expliquer comment :

1. Obtenir la courbe de la fonction réciproque de f , $(C_{f^{-1}})$ par rapport à la courbe de la fonction f , (C_f) . (0,5pt)
2. Obtenir la courbe de $f(x - a) + b$ par rapport à la courbe de $f(x)$. (0,5pt)
3. Trouver la position relative de la courbe de $f(x)$ par rapport à la courbe de $g(x)$. (0,5pt)

BONNE CHANCE !!!

"Chaque ligne que j'écris doit être un pas vers la clarté"

"L'horloge ne tient pas compte de ta situation. Le temps ne se soucie pas de savoir si tu es prêt ou non. Le soleil se lève que tu choisisses de te lever ou pas. Et c'est justement ça qui est magnifique. Le choix t'appartient et les décisions que tu prends aujourd'hui façonnent la personne que tu deviendra demain."